

## Test N.1 du 19/2/2020 - Analyse pour l'économie 2

<input type="checkbox"/> 0								
<input type="checkbox"/> 1								
<input type="checkbox"/> 2								
<input type="checkbox"/> 3								
<input type="checkbox"/> 4								
<input type="checkbox"/> 5								
<input type="checkbox"/> 6								
<input type="checkbox"/> 7								
<input type="checkbox"/> 8								
<input type="checkbox"/> 9								

← Encoder votre N. d'étudiant

NOM, Prénom :

.....

.....

Durée : 20 minutes.

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Les autres ont une unique bonne réponse.

Des points négatifs pourront être affectés à de très mauvaises réponses.

**Question 1 ♣** Dans un espace métrique :

- Les suites convergentes sont de Cauchy
- Toutes les suites de Cauchy convergent, lorsque l'espace est complet
- Toutes les suites de Cauchy divergent, lorsque l'espace est non-complet
- Toutes les suites de Cauchy sont bornées
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 2** Soit  $f: X \rightarrow X$ , où  $X$  est un espace métrique complet.

- Si  $f$  est  $k$ -lipschitzienne avec  $0 \leq k < 1$  alors  $f$  possède un et un seul point fixe
- Si pour tout  $x, y \in X$  on a  $d(f(x), f(y)) < d(x, y)$  alors  $f$  possède un et un seul point fixe

**Question 3 ♣** Considérons l'équation différentielle  $u''' + \cos(t)u' + u = e^t$ .

- L'équation possède une et une seule solution définie sur  $\mathbf{R}$ .
- La solution générale est un espace vectoriel de dimension 3.
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

**Question 4 ♣** Lesquels des espaces suivants sont complets :

- Les parties bornées de  $\mathbf{R}^n$
- $C([a, b], \mathbf{R})$ , muni de la distance  $d(f, g) = \sup_{x \in [a, b]} |f(x) - g(x)|$ .
- Les parties ouvertes de  $\mathbf{R}^n$
- Les parties fermées de  $\mathbf{R}^n$
- Aucune de ces réponses n'est correcte.

## CORRECTION

**Question 5** Quelle est l'équation intégrale équivalente au problème de Cauchy

$$u'(t) = \exp(tu) + 3, \quad u(1) = 2 \quad ?$$

$u(t) = 3 + \int_1^t (\exp(su(s)) + 2) ds.$

$u(t) = 2 + \int_1^t (\exp(su(s)) + 3) ds.$

$u(t) = 1 + \int_2^t (\exp(su(s)) + 3) ds.$

**Question 6 ♣** L'équation différentielle

$$u'' = (u' + t^5 u)^2$$

est d'ordre 2.

est une équation différentielle linéaire.

est d'ordre 10.

est équivalente à un système différentiel d'ordre 1, donné par :  $\begin{cases} v' = w \\ w' = (w + t^5 v)^2 \end{cases}$

Aucune de ces réponses n'est correcte.