Université Claude Bernard Lyon 1
43, boulevard du 11 novembre 1918
69622 Villeurbanne cedex, France

Licence Sciences & Technologies – L2
Mathématiques et Économie
3 juin 2020

Analyse pour l'économie 2

Partie 1 : QCM

Partie 2 On s'intéresse aux problèmes d'optimisation suivants :

$$\max\{x\colon x^3 + 3x^2 - y^2 + 3x + 2y = 0\}, \tag{P}$$

$$\min\{x\colon x^3 + 3x^2 - y^2 + 3x + 2y = 0\}. \tag{P'}$$

Deux méthodes sont proposées : si l'une des méthodes ne vous permet pas de résoudre les problèmes, illustrez les difficultés liées à leur application.

1. Méthode des multiplicateurs de Lagrange :
   (a) Quelle est la Lagrangienne associé à ces problèmes ? Quels sont ses points stationnaires ?
   (b) Y-a-t-il des points où la contrainte est dégénérée ?
   (c) La contrainte définit-elle un ensemble compact ?
   (d) Peut-on conclure que le problème (P) possède une solution ? Si oui, laquelle ?
   (e) Et le problème (P') ?
2. Méthode d'élimination des contrainte :
   (a) Comment peut-on paramétrer la courbe définissant la contrainte ?
   (b) Comment définir $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telle que

$$\max\{x\colon x^3 + 3x^2 - y^2 + 3x + 2y = 0\} = \max\{f(t)\colon t \in \mathbb{R}\},$$
$$\min\{x\colon x^3 + 3x^2 - y^2 + 3x + 2y = 0\} = \min\{f(t)\colon t \in \mathbb{R}\} \quad ?$$

   (c) Peut-on conclure que le problème (P) possède une solution ? Si oui, laquelle ?
   (d) Et le problème (P') ?