

Analyse pour l'économie 2

Exercice 1. Paramétrer et ensuite calculer l'aire de la surface

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + 3y - z = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2\}.$$

De quelle surface s'agit-il ?

Exercice 2.

1. Écrire, sans chercher à la calculer, l'intégrale donnant la longueur de l'ellipse de demi-axes a et b , avec $a, b > 0$.
2. Trouver des valeurs de a et b tels que cette longueur soit la même que celle de l'arc de sinuséide dans l'intervalle $[0, 2\pi]$.

Exercice 3. Un récipient de forme cylindrique, sans couvercle, doit avoir le volume d'un litre. De quelle façon faut-il le concevoir pour minimiser le matériel employé ?

Exercice 4. On considère le problème de Cauchy

$$\begin{cases} y' = |y + t| \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (\text{P})$$

1. Vérifier les hypothèses du théorème de Cauchy-Lipschitz et justifier l'existence d'une unique solution locale de (P).
2. Les hypothèses du théorème d'existence globale sont-elle satisfaites ? La solution du point précédent se prolonge-t-elle à une solution définie sur \mathbb{R} tout entier ?
3. Trouver la solution générale des équations différentielles

$$y' = y + t, \quad \text{et} \quad y' = -y - t.$$

4. Dédire de ce qui précède la solution de (P) et en tracer le graphe.