

---

## Interrogation I

Durée 45mn

---

QUESTION DE COURS.

Montrer que l'application  $\|\cdot\|_\infty$  définie pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  par

$$\|(x, y)\|_\infty = \max\{|x|, |y|\}$$

est une norme sur  $\mathbb{R}^2$ .

EXERCICE 1.

On considère  $(\mathbb{R}, |\cdot|)$  et  $A$  une partie de  $\mathbb{R}$ . On appelle frontière de  $A$  l'ensemble défini par  $\text{Fr}(A) = \overline{A} \cap (\mathbb{R} \setminus \overset{\circ}{A})$ .

1. Montrer que  $\text{Fr}(A)$  est fermé.
2. Calculer  $\text{Fr}(A)$ ,  $\text{Fr}(\overset{\circ}{A})$  et  $\text{Fr}(\overline{A})$  pour  $A = ]1, 2] \cap \mathbb{Q}$
3. **(Bonus)** Montrer que pour toute partie  $A$  de  $\mathbb{R}$  on a

$$\text{Fr}(\overline{A}) \subset \text{Fr}(A).$$