

---

## Interrogation II

Durée 45mn

---

QUESTION DE COURS.

Soit  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite de fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  qui converge uniformément vers une fonction  $f$ .

Considérons un réel  $a$ .

Montrer que si pour chaque  $n \in \mathbb{N}$ , la fonction  $f_n$  est continue en  $a$ , alors  $f$  est également continue en  $a$ .

EXERCICE 1.

Soit  $f : E \rightarrow F$  une application,  $A$  une partie de  $E$  et  $B$  une partie de  $F$ .

Montrer que  $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$ .

EXERCICE 2.

Dans  $\mathbb{R}^2$  muni de la norme euclidienne, on considère l'ensemble

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq \sin y\}.$$

1.  $A$  est-il fermé ?
2.  $A$  est-il compact ?