
Interrogation III

Durée 45mn

EXERCICE.

1. On fixe un réel $t < -1$. Montrer que la fonction $x \mapsto \frac{e^x - 1}{x} e^{tx}$ est intégrale sur $]0, +\infty[$.

Dans la suite de l'exercice, on pose $F(t) = \int_0^{+\infty} \frac{e^x - 1}{x} e^{tx} dx$ pour tout $t \in]-\infty, -1[$.

2. Montrer que F est de classe \mathcal{C}^1 sur $] -\infty, -1[$ et donner une formule pour la dérivée de F qui ne fasse pas intervenir d'intégrale.
3. Déterminer la limite de $F(t)$ quand t tend vers $-\infty$.
4. Donner une formule exprimant la valeur de $F(t)$ pour tout $t < -1$ qui ne fasse pas intervenir d'intégrale.