
Interrogation IV

Durée 45mn

EXERCICE 1.

Soit $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq y \leq 5x\}$.

Montrer que la fonction $(x, y) \mapsto (2x - y)e^{-x^3}$ est intégrable sur D , puis calculer

$$I = \iint_D (2x - y)e^{-x^3} dx dy$$

EXERCICE 2. Soit $a, b \in]1, +\infty[$. Montrer que

$$\ln \left(\ln \left(\frac{a+b}{2} \right) \right) \geq \frac{1}{2} \ln(\ln(a)) + \frac{1}{2} \ln(\ln(b)).$$

En déduire que

$$\ln \left(\frac{a+b}{2} \right) \geq \sqrt{\ln a \ln b}.$$