
Partiel- Vendredi 26 octobre 2018

Durée 2h.

Exercice 1. Énoncer le théorème de continuité des intégrales à paramètres.

Exercice 2.

1. Montrer que la limite uniforme de fonctions continues est continue.
2. Donner un exemple de suite de fonctions continues qui converge simplement vers une fonction non continue.

Exercice 3. On considère la fonction $f :]0, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}$.

1. Montrer que $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} -x^n \ln x$ pour tout $x \in]0, 1[$
2. En déduire que

$$\int_0^1 f(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Exercice 4. Calculer

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{(\cos x)^n}}{1+x^2} dx$$