# Stabilité pour l'inégalité de Sobolev logarithmique Gaussienne

Max Fathi

04/11/2014

Lorsqu'on étudie une inégalité fonctionelle $F(f) \leq G(f)$ dont on connait les cas d'égalité, une question naturelle est de savoir si, lorsqu'il y a 'presque' égalité, on est proche d'une fonction pour laquelle il y a égalité. En particulier, on peut chercher des inégalités de la forme

$$G(f) - F(f) \geq C \times d(f, f_0)^\alpha$$

où $d$ est une métrique sur l'espace fonctionnel considéré, et $f_0$ une fonction pour laquelle il y a égalité.

Dans cet exposé, je parlerais du cas de l'inégalité de Sobolev logarithmique Gaussienne

$$\int f \log f d\gamma \leq \frac{1}{2} \int \frac{|\nabla f|^2}{f} d\gamma$$

où $\gamma$ est la mesure Gaussienne sur $\mathbb{R}^d$, et $f$ est une densité de probabilité par rapport à $\gamma$. Carlen a démontré en 91 que les cas d'égalité sont les fonctions de la forme $f_\lambda(x) = \exp(\lambda \cdot x)$. Je présenterais plusieurs bornes sur le déficit, montrant que les mesures $\nu = f\gamma$ pour lesquelles il y a presque égalité sont proches, en distance de transport optimal, de $f_\lambda \gamma$, avec $\lambda$ la moyenne de $\nu$.

On obtiendra deux types de bornes : des estimées en distance $L^2$, indépendante de la dimension, mais seulement valables avec des hypothèses fortes sur $f$, et des estimées en distance $L^1$, valables en général mais qui dépendront de la dimension.

Ceci est un travail réalisé en collaboration avec Emanuel Indrei et Michel Ledoux.