

La musique des surfaces

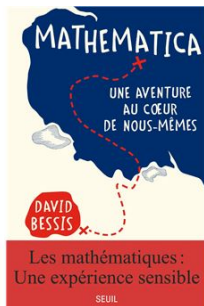
Sylvie Benzoni-Gavage

Université Claude Bernard Lyon 1
Institut Camille Jordan & Institut Henri Poincaré

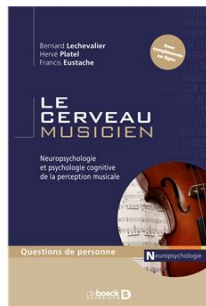
5 mai 2022

Questions de base

- Que se passe-t-il dans la tête des mathématiciennes et mathématiciens ?



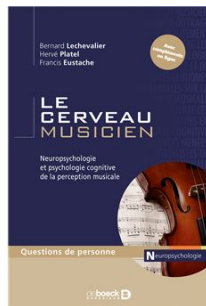
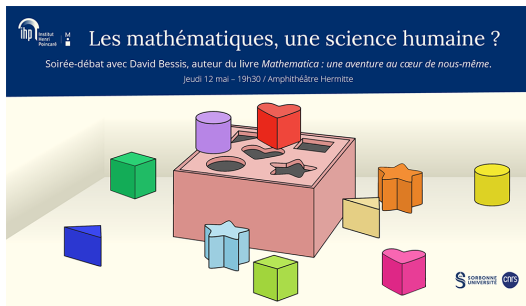
- musiciennes et musiciens ?



- Comment le communiquer pour rendre et les mathématiques et la musique accessibles au plus grand nombre ?

Questions de base

- Que se passe-t-il dans la tête des mathématiciennes et mathématiciens ? musiciennes et musiciens ?



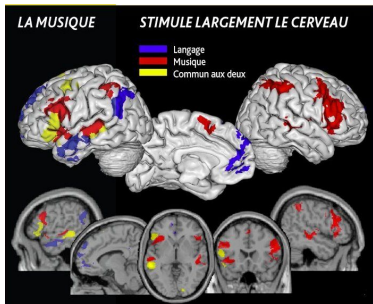
- Comment le communiquer pour rendre et les mathématiques et la musique accessibles au plus grand nombre ?

Langages

« Pendant toute ma vie j'étais très jaloux des mathématiciens et des musiciens. Pourquoi ? Parce que ce sont là des langues vraiment universelles, que l'on n'a pas besoin de traduire. » (George Steiner)

« Que la musique soit un langage, à la fois intelligible et intraduisible, fait de la musique elle-même le suprême mystère des sciences de l'homme, celui contre lequel elles butent et qui garde la clé de leur progrès. » (Claude Lévi-Strauss)

Même si « la musique et le langage partagent des ressources neurales communes », les sujets non musiciens ont des connaissances musicales peu verbalisables, indépendantes des connaissances linguistiques. (Hervé Platel & Mathilde Groussard)

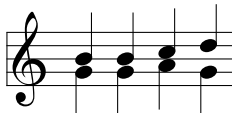


Lexiques

- symphonie - symphony - Sinfonie -
συμφωνία - симфония - 交響曲
- partition - score - Partitur -
παρτιτούρα - партитура - 樂譜
- surface - surface - Fläche -
επιφάνεια - поверхность - 曲面
- équation - equation - Gleichung -
εξίσωση - уравнение - 方程式

Écritures

« Lire la musique est en fait une opération matricielle. »
(Daniel Taupin, Ross Mitchell, Andreas Egler)

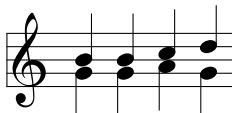


$$M = \begin{bmatrix} i & i & j & k \\ g & g & h & g \end{bmatrix}$$

Écritures

« Lire la musique est en fait une opération matricielle. »

(Daniel Taupin, Ross Mitchell, Andreas Egler)



$$M = \begin{bmatrix} i & i & j & k \\ g & g & h & g \end{bmatrix}$$

```
\begin{music}
\setclef{1}{0}
\nobarnumbers
\startextract
\notes \zql g\qu i \zql g\qu i \zql h\qu j \zql g\qu k\en
\endextract
\end{music}

\begin{equation}
\nonumber
M=
\begin{bmatrix}
i & i & j & k \\
g & g & h & g
\end{bmatrix}
\end{equation}
```

Équations vs partitions

Peut-on comparer la façon dont une mathématicienne lit une équation avec celle dont une musicienne lit une partition ?

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

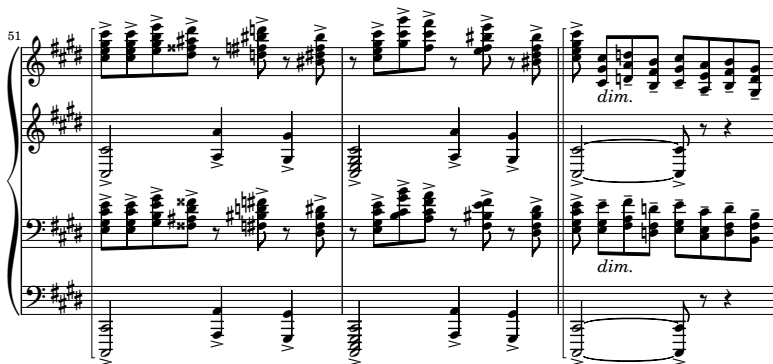


Équations vs partitions

Peut-on comparer la façon dont une mathématicienne lit une équation avec celle dont une musicienne lit une partition ?

$$y^4 + y^2(2x^2 + 6ax - z^2 + a^2) + x^4 - 2ax^3 - x^2(z^2 - a^2) + \frac{z^4}{2} + 5\frac{a^2}{4}z^2 - \frac{a^4}{16} = 0$$

51



Équations vs partitions

Peut-on comparer la façon dont une mathématicienne lit une équation avec celle dont une musicienne lit une partition ?

$$y^4 + y^2(2x^2 + 6ax - z^2 + a^2) + x^4 - 2ax^3 - x^2(z^2 - a^2) + \frac{z^4}{2} + 5\frac{a^2}{4}z^2 - \frac{a^4}{16} = 0$$



Représentations mentales

My intensive study of music early on made me familiar with the idea of having a mental landscape. When you memorize an entire concerto, as you play it you build this mental construction : You have landmarks, you have goals, you have places to watch out for so you don't accidentally repeat a phrase. That's actually really similar to how I feel about mathematical terrains that I know very well.

([Lillian Pierce](#), Quanta magazine 2022)



Représentations mentales

L'étude intensive et précoce de la musique m'a familiarisée avec l'idée d'avoir un paysage mental. Lorsque vous mémorisez un concerto entier, vous élaborez cette construction mentale à mesure que vous le jouez : vous avez des points de repère, des objectifs, des endroits à surveiller pour ne pas répéter accidentellement une phrase. C'est en fait très similaire à ce que je ressens à propos des terrains mathématiques que je connais très bien.

([Lillian Pierce](#), Quanta magazine 2022)



Représentations mentales

L'étude intensive et précoce de la musique m'a familiarisée avec l'idée d'avoir un paysage mental. Lorsque vous mémorisez un concerto entier, vous élaborez cette construction mentale à mesure que vous le jouez : vous avez des points de repère, des objectifs, des endroits à surveiller pour ne pas répéter accidentellement une phrase. C'est en fait très similaire à ce que je ressens à propos des terrains mathématiques que je connais très bien.

([Lillian Pierce](#), Quanta magazine 2022)



The creation of appropriate mental representations is largely left to the students; many of them simply fail to build appropriate representations, and acquire a mathematical knowledge that is essentially devoid of meaning.

([Pierre Arnoux](#) & [Alain Finkel](#), Int. J. Math. Edu. Sci. Tech. 2010)

Représentations mentales

L'étude intensive et précoce de la musique m'a familiarisée avec l'idée d'avoir un paysage mental. Lorsque vous mémorisez un concerto entier, vous élaborez cette construction mentale à mesure que vous le jouez : vous avez des points de repère, des objectifs, des endroits à surveiller pour ne pas répéter accidentellement une phrase. C'est en fait très similaire à ce que je ressens à propos des terrains mathématiques que je connais très bien.

([Lillian Pierce](#), Quanta magazine 2022)



La création de représentations mentales appropriées est largement laissée aux élèves ; beaucoup d'entre eux ne parviennent tout simplement pas à construire des représentations appropriées, et acquièrent une connaissance mathématique essentiellement dépourvue de sens.

([Pierre Arnoux](#) & [Alain Finkel](#), Int. J. Math. Edu. Sci. Tech. 2010)

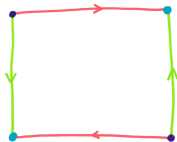
Représentations matérielles



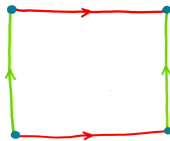
Représentations matérielles



Représentations matérielles



Représentations matérielles



[Modèles mathématiques ▶](#)[Médailles](#)[Machines](#)[Divers](#)

Bienvenue sur l'inventaire des objets conservés à l'Institut Henri Poincaré.

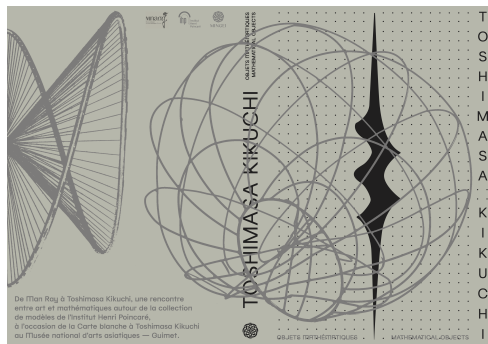
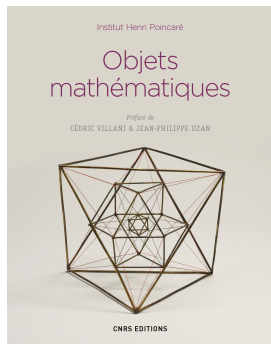
Cet outil est mis en place par le département Bibliothèque.



Modèles mathématiques

[Histoire de la collection](#)[Parcourir tous les modèles](#)[Vitrines – Plan et guide](#)[Classification](#)[Bibliographie](#)[Expositions](#)

Objets mathématiques



Propositions d'analogies

- équations / partitions
- dimensions / portées
- paramètres / armures 
- échelle / tempo 
- singularité / point d'orgue 
- composante connexe / mouvement
- topologie / transposition
- problème inverse / repiquage

212 Prestissimo, d. 432.

GranTamburo.

Triangolo & Cinelli.

Piccolo.

F'lauti.

Oboi.

Clarineti.

Fagotti.

Corni 1^{re}.

Corni 2^e.

Clarini.

Timpani.

Tenore.

Alto.

Basso.

Violini.

Viola.

C. O. R. I.

Violoncello.

Basso.

Prestissimo, d. 432. 23/23



Analogies en médiation scientifique

Avantages

- ♪ Permettre de visualiser des concepts abstraits et des phénomènes difficiles à observer en mettant en relation leurs caractéristiques avec d'autres concepts ou phénomènes familiers.
- ♪ Permettre d'organiser et de contextualiser les informations sur le phénomène ou le concept, en concentrant l'attention sur ses aspects les plus significatifs.
- ♪ Impliquer la personne qui reçoit l'information sur le plan cognitif et affectif, ce qui améliore son intérêt pour les sciences et son estime de soi.

(traduit de [Antonio García-Carmona](#) Int. J. Sci. & Math. Edu. 2010)

Analogies en médiation scientifique

Inconvénients

- Simplifications ou de pertes de rigueur scientifique qui limitent la validité ou la crédibilité du concept ou phénomène qu'on cherche représenter par une analogie.
- L'analogie peut être interprétée comme si elle était elle-même le phénomène ou le concept qu'elle représente.
- L'analogie peut être mal interprétée et donner lieu à des idées fausses sur le phénomène ou le concept.
- L'analogie peut être comprise d'une manière qui décourage d'approfondir le phénomène étudié.

(traduit de [Antonio García-Carmona](#) Int. J. Sci. & Math. Edu. 2010)

Analgies en médiation scientifique

Inconvénients

- ▮ Simplifications ou de pertes de rigueur scientifique qui limitent la validité ou la crédibilité du concept ou phénomène qu'on cherche représenter par une analogie.
- ▮ L'analogie peut être interprétée comme si elle était elle-même le phénomène ou le concept qu'elle représente.
- ▮ L'analogie peut être mal interprétée et donner lieu à des idées fausses sur le phénomène ou le concept.
- ▮ L'analogie peut être comprise d'une manière qui décourage d'approfondir le phénomène étudié.

(traduit de [Antonio García-Carmona](#) Int. J. Sci. & Math. Edu. 2010)

« Il paraît que certains chefs d'orchestre arrivent à lire une partition et l'entendent dans leur tête. C'est très rare. Moi, je suis incapable de lire une partition. » ([George Steiner](#))

Singularités et paramètres



*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Singularités et paramètres



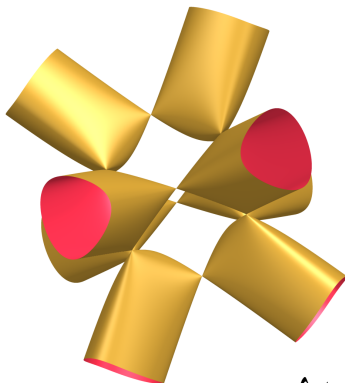
$$x^4 + y^4 + z^4 - (y^2 z^2 + z^2 x^2 + x^2 y^2) - b^2(x^2 + y^2 + z^2) + b^4 = 0$$

*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Singularités et paramètres



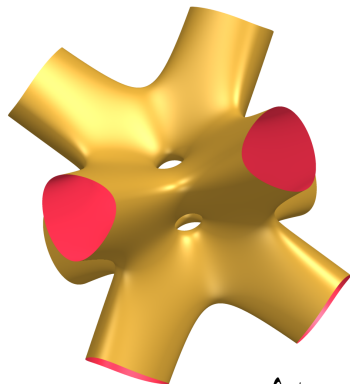
12 ☺ visibles



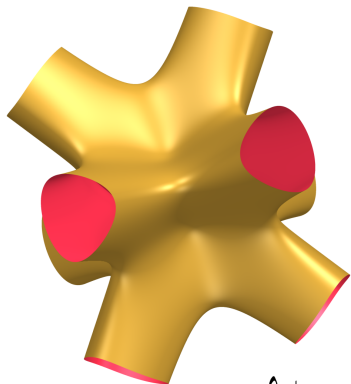
$n = 2$ 

$$x^4 + y^4 + z^4 - (y^2 z^2 + z^2 x^2 + x^2 y^2) - b^2(x^2 + y^2 + z^2) + (b^2)^n = 0$$

Singularités et paramètres



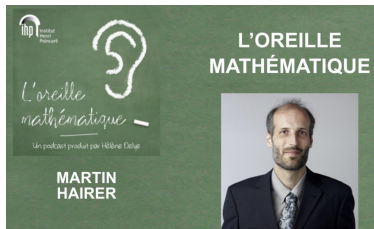
$n = 3$ 



$n = 4$ 

$$x^4 + y^4 + z^4 - (y^2 z^2 + z^2 x^2 + x^2 y^2) - b^2(x^2 + y^2 + z^2) + (b^2)^n = 0$$

Problèmes inverses



HairerSoft

[Compare](#)

[Lite](#)

[Pro](#)

[Store](#)

[Forum](#)

Amadeus on Monterey and Apple Silicon

The latest version (2.8.8) is fully compatible with macOS 12 (Monterey) and runs very smoothly on the latest Apple Silicon Macs.



Amadeus Lite

The intuitive yet powerful wave editor

[Learn More](#)

[Download Now](#)

Amadeus Lite is an intuitive and powerful wave editor for macOS supporting a variety of sound formats including AIFF, Wave, MP3, WMA, AAC, Ogg Vorbis, Apple Lossless, and many others. [Learn More...](#)



Amadeus Pro

The swiss army knife of sound editing

[Learn More](#)

[Download Now](#)

Amadeus Pro is a powerful multitrack audio editor for macOS supporting a variety of formats including MP3, AAC, Ogg Vorbis, Apple Lossless, AIFF, Wave and many others. [Learn More...](#)

Problèmes inverses



Simplexité

$$w = \exp(1/z)$$



Simplexité

$$w = \exp(1/z)$$



Inspiration

$$w = 1/z$$



Inspiration

$$w = 1/z$$



*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Une surface bien singulière

« Dans la surface de *Kuen*, les singularités permettent l'existence d'un objet qui sans elles serait impossible : une surface de courbure constante négative – présentant en chaque point la forme identique d'une selle de cheval – matérialisée dans notre univers à trois dimensions. »

(*Cédric Villani* 2012)



« À force d'allers-retours entre le bois du modèle et la feuille de son équation, on relie la magie de cette présence et l'abstraction de sa définition. »

(*Roger Mansuy* 2017)

Une surface bien singulière

« Dans la surface de [Kuen](#), les singularités permettent l'existence d'un objet qui sans elles serait impossible : une surface de courbure constante négative – présentant en chaque point la forme identique d'une selle de cheval – matérialisée dans notre univers à trois dimensions. »

([Cédric Villani](#) 2012)

$$x = 2 \cosh v \frac{\cos u + u \sin u}{u^2 + \cosh^2 v}, \quad y = 2 \cosh v \frac{\sin u - u \cos u}{u^2 + \cosh^2 v}, \quad z = v - \frac{\sinh 2v}{u^2 + \cosh^2 v}.$$

« À force d'allers-retours entre le bois du modèle et la feuille de son équation, on relie la magie de cette présence et l'abstraction de sa définition. »

([Roger Mansuy](#) 2017)

Une surface bien singulière

« Dans la surface de *Kuen*, les singularités permettent l'existence d'un objet qui sans elles serait impossible : une surface de courbure constante négative – présentant en chaque point la forme identique d'une selle de cheval – matérialisée dans notre univers à trois dimensions. »

(*Cédric Villani* 2012)



« À force d'allers-retours entre le bois du modèle et la feuille de son équation, on relie la magie de cette présence et l'abstraction de sa définition. »

(*Roger Mansuy* 2017)

Une surface bien singulière

« Dans la surface de [Kuen](#), les singularités permettent l'existence d'un objet qui sans elles serait impossible : une surface de courbure constante négative – présentant en chaque point la forme identique d'une selle de cheval – matérialisée dans notre univers à trois dimensions. »

([Cédric Villani](#) 2012)

$$EG - F^2 = \frac{4u^2 \cosh^2 v (u^2 - \cosh^2 v)^2}{(u^2 + \cosh^2 v)^4} = M^2 - LN.$$

« À force d'allers-retours entre le bois du modèle et la feuille de son équation, on relie la magie de cette présence et l'abstraction de sa définition. »

([Roger Mansuy](#) 2017)

Une surface bien singulière

« Dans la surface de *Kuen*, les singularités permettent l'existence d'un objet qui sans elles serait impossible : une surface de courbure constante négative – présentant en chaque point la forme identique d'une selle de cheval – matérialisée dans notre univers à trois dimensions. »

(*Cédric Villani* 2012)



« À force d'allers-retours entre le bois du modèle et la feuille de son équation, on relie la magie de cette présence et l'abstraction de sa définition. »

(*Roger Mansuy* 2017)

Sculptures inspirées



*

*

* Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Sculptures inspirées



*

*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Sculptures inspirées



*

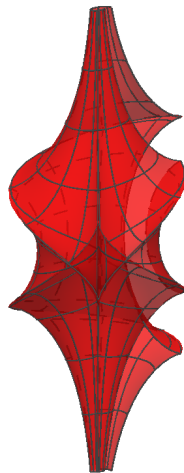
*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Sculptures inspirées



*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Sculptures inspirées



*

*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

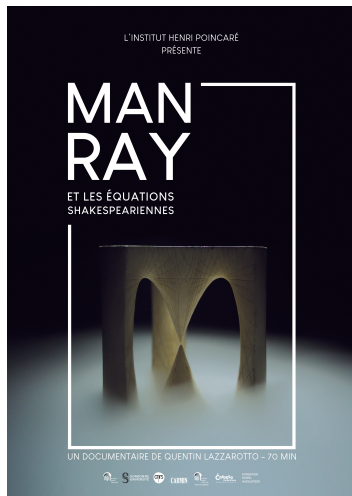
Sculptures inspirées



*

*. Courtesy galerie Mingei - Paris, photo Tadayuki Minamoto

Pour entendre la musique des surfaces



Musique par [Arthur Dairaine](#) & [Régis Campo](#)
Projections sur demande

Pour entendre la musique des surfaces



Klemens Fellner & Tamara Friebe



2023