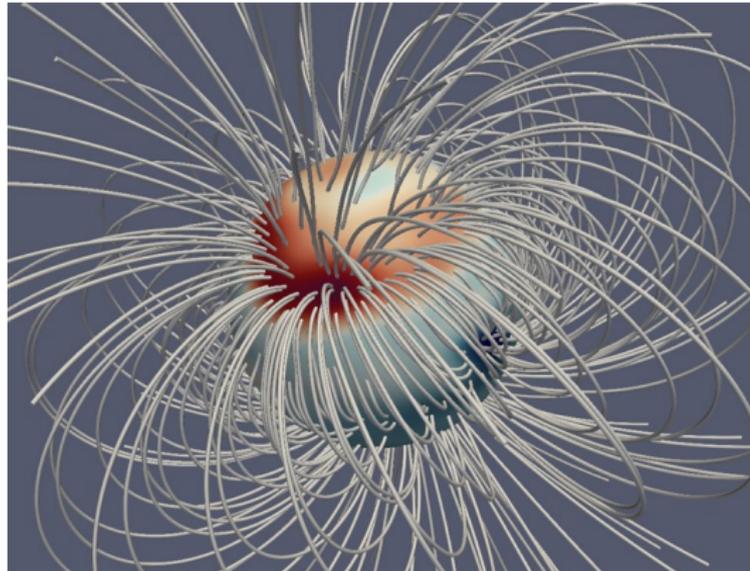


CM 7 - Flux

Vincent Borrelli

Université de Lyon



Flux à travers une surface paramétrée

- Soit \vec{V} un champ de vecteurs de \mathbb{R}^3 et S^+ une surface orientée contenue dans le domaine de \vec{V} , paramétrée par $(u, v) \mapsto f(u, v)$, avec $u \in [u_0, u_1]$ et $v \in [v_0, v_1]$ et orientée par

$$\vec{n} = \frac{\frac{\partial f}{\partial u} \wedge \frac{\partial f}{\partial v}}{\left| \frac{\partial f}{\partial u} \wedge \frac{\partial f}{\partial v} \right|}$$

Définition.— On appelle FLUX DE \vec{V} À TRAVERS S^+ l'INTÉGRALE DE SURFACE

$$\iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S}$$

c'est-à-dire le réel

$$\iint_{[u_0, u_1] \times [v_0, v_1]} \vec{V}(f(u, v)) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial u}(u, v) \wedge \frac{\partial f}{\partial v}(u, v) \right) du dv$$

Flux à travers une surface paramétrée

Notation.— Si S^+ est une surface fermée, le flux de \vec{V} à travers S^+ s'écrit

$$\oiint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S}$$

Proposition. — Soit \vec{V} un champ de vecteurs de \mathbb{R}^3 et S^+ une surface orientée contenue dans le domaine de \vec{V} . Si S^- est la même surface orientée dans le sens opposé à celui de S^+ , on a

$$\iint_{S^-} \vec{V} \cdot d\vec{S} = - \iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S}.$$

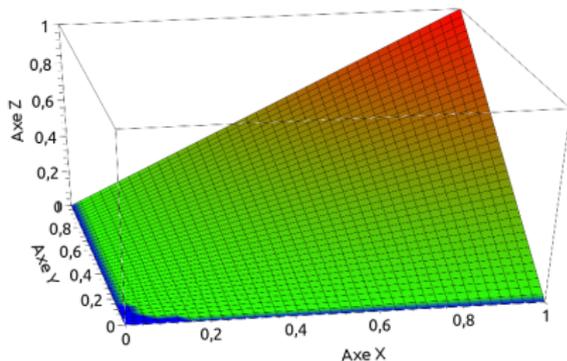
Exemple.– Calcul du flux de

$$\vec{V}(x, y, z) = x \vec{i} + z \vec{j} + y \vec{k}$$

au travers de

$$S^+ \begin{cases} z = xy \\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

paramétrée par $f(u, v) = (u, v, uv)$ avec $u \in [0, 1]$ $v \in [0, 1]$
et orientée avec $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+u^2+v^2}}(-v, -u, 1)$.



Exemples

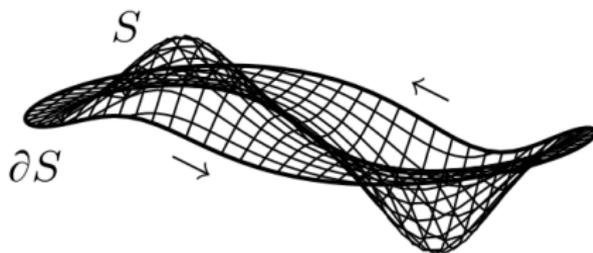
- On a

$$\begin{aligned} \iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S} &= \iint_{[0,1] \times [0,1]} \begin{pmatrix} u \\ uv \\ v \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -v \\ -u \\ 1 \end{pmatrix} du dv \\ &= \iint_{[0,1] \times [0,1]} (-uv - u^2v + v) du dv \end{aligned}$$

- Ainsi

$$\begin{aligned} \iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S} &= - \int_0^1 u du \int_0^1 v dv - \int_0^1 u^2 du \int_0^1 v dv \\ &\quad + \int_0^1 du \int_0^1 v dv \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= -\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

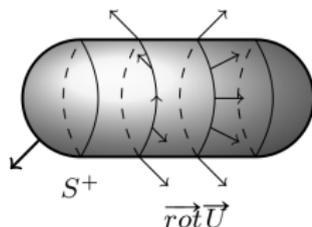
Théorème de Stokes-Ampère



Théorème de Stokes-Ampère.— Soit $\vec{V} = \text{rot } \vec{U}$ un champ rotationnel alors :

$$\iint_{S^+} \text{rot } \vec{U} \cdot d\vec{S} = \oint_{\partial S^+} \vec{U} \cdot d\vec{\ell} .$$

Théorème de Stokes-Ampère



Corollaire 1.– Si S^+ est fermée alors

$$\oiint_{S^+} \text{rot } \vec{U} \cdot d\vec{S} = 0$$

Corollaire 2.– Si $\vec{U} = \overrightarrow{\text{grad}} \phi$ est un champ gradient alors

$$\oint_{\partial S^+} \overrightarrow{\text{grad}} \phi \cdot d\vec{\ell} = \iint_{S^+} \text{rot}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi) \cdot d\vec{S} = 0$$

(car $\text{rot}(\overrightarrow{\text{grad}} \phi) = 0$).

Exemple.– Calcul du flux du champ

$$\vec{V}(x, y, z) = xz \vec{i} - yz \vec{j}$$

au travers du cylindre

$$S^+ = \begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ z \in [0, H] \end{cases}$$

- Le champ \vec{V} est défini sur \mathbb{R}^3 (contractile) et

$$\operatorname{div} \vec{V}(x, y, z) = z - z = 0$$

par conséquent \vec{V} admet un potentiel vectoriel.

- Un calcul montre que $\vec{U}(x, y, z) = xyz \vec{k}$ est un potentiel vectoriel de \vec{V} i.e. $\operatorname{rot} \vec{U} = \vec{V}$.

Exemple

- D'après le théorème de Stokes

$$\iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S} = \iint_{S^+} \text{rot } \vec{U} \cdot d\vec{S} = \oint_{\partial S^+} \vec{U} \cdot d\vec{\ell} = \oint_{\partial S^+} xyz \, dz$$

- Le bord de S est composé de deux cercles

$$C_0 = \begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad C_H = \begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ z = H \end{cases}$$

le long desquels z est constant donc

$$\oint_{\partial S^+} xyz \, dz = 0$$

et par conséquent

$$\iint_{S^+} \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0$$

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage

Louis de Broglie (1892-1987)



Louis de Broglie (1892-1987)

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



- Titulaire d'une licence d'histoire, il découvre la physique à 19 ans grâce à son frère aîné qui était à l'époque secrétaire du Congrès Solvay. La lecture des comptes rendus provoque en lui « un coup d'état intérieur ». Il passe une licence de physique deux ans plus tard.

Louis de Broglie (1892-1987)



- Découvre la dualité onde-corpuscule à l'origine de la mécanique quantique.

Louis de Broglie (1892-1987)

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



- Découvre la dualité onde-corpuscule à l'origine de la mécanique quantique.
- Il est à l'origine de la théorie de l'onde-pilote qui propose une interprétation déterministe de la mécanique quantique.

La dualité onde-corpuscule

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



Max Planck
German physicist
1858-1947



Albert Einstein
German-born physicist
1879-1955

Energy

Planck's constant =
 6.6×10^{-34} Joules second

$$E = hf$$

Frequency

Energy

mass

$$E = mc^2$$

Speed of light



Arvin Ash : Are Photons & Electrons Particles or Waves ?

La dualité onde-corpuscule



Louis de Broglie
French Physicist
1892-1987

$$E = hf$$

$$E = mc^2$$

Arvin Ash : Are Photons & Electrons Particles or Waves ?

La dualité onde-corpuscule



Louis de Broglie
French Physicist
1892-1987

$$mc^2 = hf$$



Arvin Ash : Are Photons & Electrons Particles or Waves ?

La dualité onde-corpuscule



Louis de Broglie
French Physicist
1892-1987

$$m = f$$

Mass = frequency

Arvin Ash : Are Photons & Electrons Particles or Waves ?

La dualité onde-corpuscule

Matter as a wave

Particle property ← $E = hf$ → Wave property

Particle property ← $p = \frac{h}{\lambda}$ → Wave property

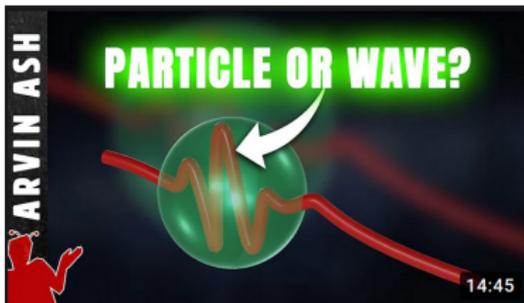
These relationships hold for all matter particles

 $\lambda = \frac{h}{p}$
 de Broglie wavelength

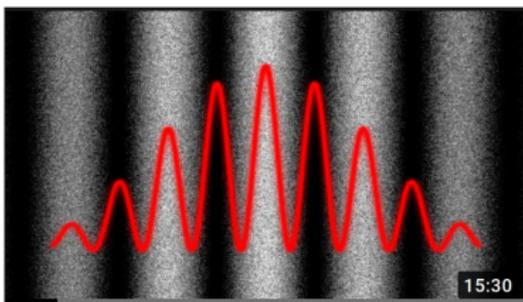
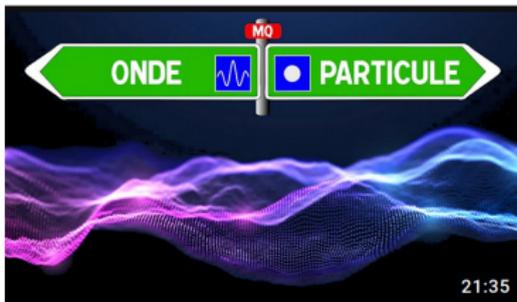


Physics Online : The de Broglie Wavelength and Wave Particle Duality

Pour aller plus loin



Arvin Ash : Are Photons & Electrons Particles or Waves ? & Physics
Online : The de Broglie Wavelength and Wave Particle Duality



Science Étonnante : La dualité onde-corpuscule & La plus belle
expérience de la physique

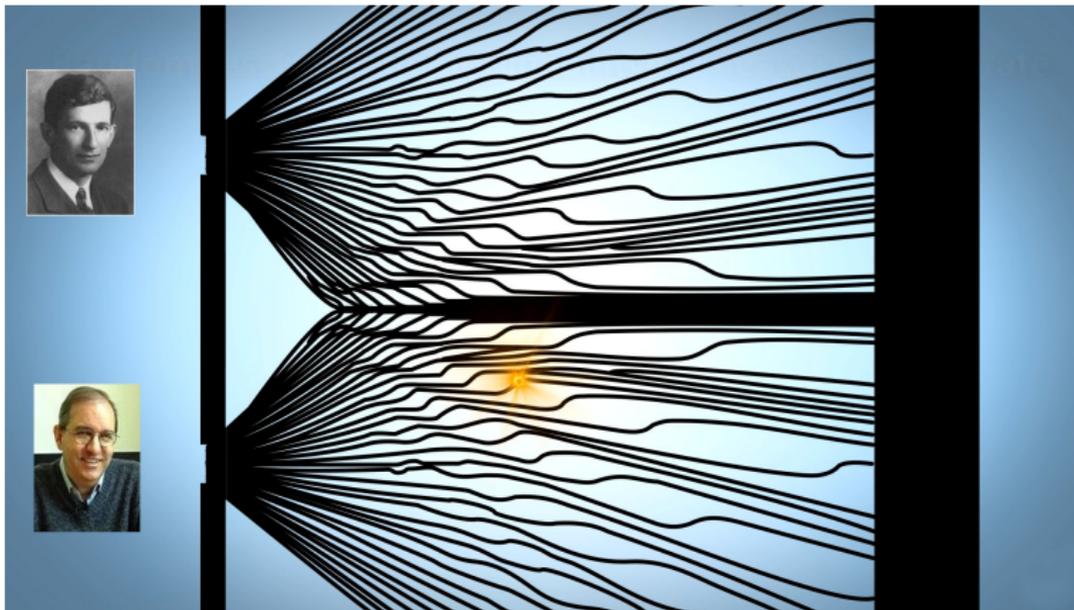
La théorie de l'onde pilote



PBS Space Time : Pilot Wave Theory and Quantum Realism

Présentée par Louis de Broglie au congrès de Solvay de
1927 et reniée dans la foulée par son auteur.

La mécanique Bohmienne



David Bohm et Jean Bricmont sur une image extraite de la vidéo *Pilote Wave Theory* d'Arvin Ash

La théorie de l'onde pilote est développée par David Bohm (1954). Elle est minoritaire chez les physiciens mais connaît des défenseurs prestigieux comme Jean Bricmont.

L'interprétation de Copenhague

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



Niels Bohr et Werner Heisenberg

La théorie de l'onde pilote s'oppose à l'interprétation dominante de la mécanique quantique, dite *interprétation de Copenhague*.

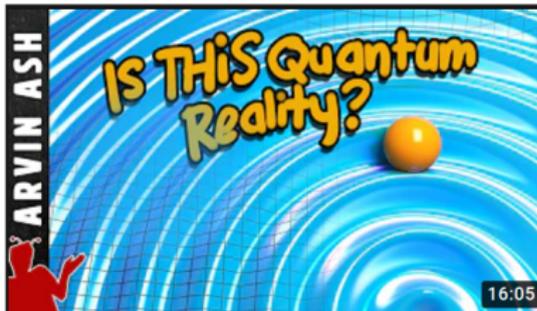
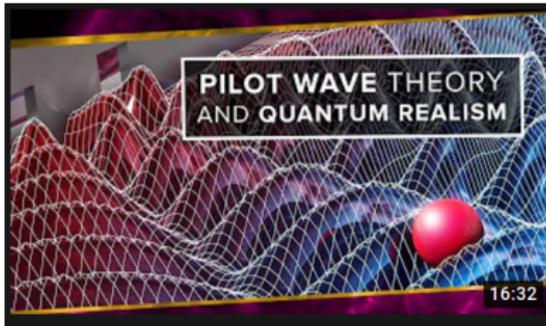
Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage

Pour aller plus loin



PBS Space Time & Arvin Ash

Création du CERN en 1954



En 1949, De Broglie lance l'idée de créer un laboratoire multinational. La proposition se concrétise et conduit à la création de l'Organisation européenne pour la recherche nucléaire en 1954.

Le CERN aujourd'hui



Découverte du Boson BEH (Brout-Englert-Higgs) au Cern en 2012

Le Cern accueille environ 13 000 scientifiques de plus de 100 nationalités différentes. Il est à l'origine de nombreuses découvertes : boson W, boson Z et boson BEH.

Le CERN à l'origine du Web

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



Robert Cailliau, Jean-François Abramatic et Tim Berners-Lee

Création du World Wide Web en 1989 par trois membres du Cern. L'invention est léguée au domaine public en 1993 après négociation avec le Cern.

Une citation Louis de Broglie

Flux à travers
une surface
paramétrée

Théorème de
Stokes-
Ampère

La pause
culture

Repas
partage



« L'histoire des sciences montre que leurs progrès ont constamment été entravés par l'influence tyrannique de certaines conceptions qui ont fini par être considérées comme des dogmes ».

Repas partage

