ERRATA ET COMPLÉMENTS

P. GILLE

Spécialisation de la R-équivalence pour les groupes réductifs, Trans. Amer. Math. Soc. 35 (2004), 4465-4474.

Théorème 2.1. It holds in arbitrary characteristic. As explained in §3.3., the assumption of characteristic $\neq 2$ occurs only for the construction of de Concini and Procesi wonderful compactification of and adjoint semisimple A–group scheme.

This is folklore and can ne obtained by a refinement of [CP, th. 3.13]. By descent, the relevant case is that of Chevalley groups over $\mathbb{Z}$ which is used for example [STBT]. Note that in the field case, there is a construction of the wonderful compactification in [§6.1, BK].

[BK] M. Brion, S. Kumar, *Frobenius Splitting Methods in Geometry and Representation Theory*, Progress in Mathematics **231**, Birkhäuser.

[CP] C. de Concini, T. A. Springer, *Compactification of symmetric varieties*, dedicated to the memory of Claude Chevalley, Transform. Groups **4** (1999), 273-300.

[STBT] J. Shalika, R. Takloo-Bighash, Y. Tschinkel, *Rational points on compactifications of semi-simple groups*, J. Amer. Math. Soc. **20** (2007), 1135-1186.

La R-équivalence sur les groupes algébriques réductifs définis sur un corps global, Publications Mathématiques de l'IHES 86 (1997), 199-235.

Nous corrigeons une erreur signalée par Jean-Louis Colliot-Thélène dans la démonstration du lemme III.2.8.b).

• Lemme III.2.8.a). Légèrement plus généralement, nous avons en fait.

a) Soit μ le groupe fondamental du groupe adjoint G_{ad} de G et notons $N = \widehat{\mu}(k)$. Alors toute extension de corps k'/k de degré multiple de N quasi-déploie le groupe G.

Notons au passage que la démonstration se simplifie radicalement en utilisant l'isomorphisme $H^2_{fppf}(k,\mu) \xrightarrow{\sim} H^0(k,\widehat{\mu})^D$ pour le k–groupe fini de type multiplicatif μ. Celui-ci est établi dans [Se1, §5.8] dans le cas où l'exposant de μ est premier à la caractéristique (i.e. μ est lisse); nous n'avons pas trouvé de référence pour le cas général.

• *Démonstration du lemme III.2.8.b).* .... Soit k_1/k une extension non ramifiée de degré N . D'après le a), on a $X(k_1) \neq \emptyset$, donc $O_L^\times \subset N_{k_1 \otimes_k L/L}\big((k_1 \otimes_k L)^\times\big) \subset$

Date: June 12, 2020.

$N_X(k,E)$. Par ailleurs, il existe une extension finie de corps L_2 de L de degré n totalement ramifiée. D'après le a), on a $X(L_2) \neq \emptyset$ donc $N_{L_2 \otimes_k L/L}\big((L_2 \otimes_k L)^\times\big) \subset N_X(k,E)$. Or $L_2 \otimes_k L$ contient un facteur L_2 donc $(L_2 \otimes_k L)^\times \to L^\times \xrightarrow{w} \mathbb{Z}$ est surjective. Ceci permet de conclure que $N_X(k,E) = L^\times$ comme désiré.

****

Le problème de Kneser-Tits, exposé Bourbaki n0 983, Astérisque 326 (2009), 39-81.

• Page 11 (pointed out by A. Sawant). We have only an exact sequence

$$E(k) \to W(k, \widetilde{\mathbf{G}}) \to W(k, \mathbf{G}) \to 1.$$

The exactness on the left does not hold in general. This follows by pushing a counterexample given by A. P. Monastyrnyĭ [57].

• Page 18, Lemma 5.2, the implication (2) $\Longrightarrow$ (1) is not established and is unknown. The corrected statement is the following.

LEMME 5.2. *On suppose que le corps de base k est infini. Soit $\mathbf{H}$ un k–groupe réductif. On considère les assertions suivantes :*

(1) *Le morphisme $\mathbf{H}(A) \to \mathbf{H}(\kappa)$ est surjectif pour toute k-algèbre locale A de corps résiduel κ;*
(2) *$\mathbf{H}(K)$ est dense dans $\mathbf{H}(K_v)$ pour tout k–corps valué (K, v);*
(3) *$\mathbf{H}$ est une variété rétracte k-rationnelle.*

Alors on a les implications (1) $\Longleftrightarrow$ (3) $\Longrightarrow$ (2).

Démonstration. 1) $\Longrightarrow$ 2) et 1) $\Longrightarrow$ 3) : Ce sont des conséquences immédiates de la proposition 5.1.

3) $\Longrightarrow$ 1): La proposition 5.1 produit un ouvert $\mathbf{V}$ de $\mathbf{H}$ ayant la propriété de relèvement. Vu que $\mathbf{V}(k)$ est Zariski-dense dans $\mathbf{H}$, il existe $h_1, ..., h_n \in \mathbf{V}(k)$ tel que $\bigcup h_i \mathbf{V} = \mathbf{H}$. Il est alors immédiat que $\mathbf{H}$ vérifie la propriété de relèvement. $\square$