

FORMES QUADRATIQUES ET ALGÈBRES SIMPLES CENTRALES

FORME PATRATICE ȘI ALGEBRE SIMPLE CENTRALE

P. GILLE

Ce cours est une introduction à la théorie algébrique des formes quadratiques en lien avec la thorie des algèbres simples centrales et la cohomologie galoisienne. Il ne demande pas de prérequis.

De façon plus précise, il porte sur le groupe de Witt $W(k)$ des formes quadratiques d'un corps k et sa filtration par l'idéal fondamental. Les algèbres de Clifford et l'invariant de Hasse-Witt feront le lien avec la théorie des algèbres simples centrales et la cohomologie galoisienne permettant d'énoncer la conjecture de Milnor (théorème de Voevodsky et al). Ces notions nous permettrons de construire d'après Merkurjev un corps F tel que toutes les formes quadratiques de rang 7 sont isotropes mais possédant une forme quadratique anisotrope de rang 6.

Prezentul curs este o introducere in teoria algebrică a formelor patratice și a legaturilor acesteia cu teoria algebrei simple centrale și cu coomologia grupurilor Galois. Nu necesită nici o cunoaștere prealabilă a notiunilor abordate.

Mai precis, vom studia grupul lui Witt $W(k)$ al formelor patratice peste un corp k , precum și filtratia sa determinată de idealul fundamental. Legatură cu algebrele simple centrale și coomologia grupurilor se va face prin intermediul algebrei Clifford și invariantului lui Hasse-Witt, permițându-ne astfel să enunțăm conjectura lui Milnor (acum teorema lui Voevodsky). Aceste notiuni ne vor permite să construim, după Merkurjev, un corp F pentru care toate formele patratice de rang 7 sunt izotrope, dar pentru care există forme anizotrope de rang 6.

Références/ bibliografia:

P. Gille, T. Szamuely, Central Simple Algebras and Galois Cohomology, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

B. Kahn, Formes quadratiques sur un corps, Cours Spécialisés 15 (2008), Socit Mathématique de France.

J. Milnor, D. Husemoller, Symmetric bilinear forms, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 73 (1973), Springer-Verlag.

A. S. Merkurjev, K-theory of simple algebras, K-theory and algebraic geometry: connections with quadratic forms and division algebras (Santa Barbara, CA, 1992), 65-83, Proc. Sympos. Pure Math., 58, Part 1, Amer. Math. Soc.

W. Scharlau, Quadratic and Hermitian forms, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 270 (1985), Springer-Verlag.

UMR 8552 DU CNRS, DMA, ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE, F-75005 PARIS, FRANCE
E-mail address: `Philippe.Gille@ens.fr`