

Conseils pour l'épreuve

Cours d'agrégation, option A

4 novembre 2024

1 La présentation orale

L'objectif est de faire un exposé complet de 35 minutes à partir d'un texte d'environ 6 pages. Il ne s'agit pas de raconter le texte : pas besoin d'être exhaustif, il est possible d'oublier la structure linéaire du texte, et il est fortement recommandé d'apporter des connaissances personnelles.

1.1 Introduction

On raconte une histoire qui ne fait pas intervenir de maths, ou très peu, pour en arriver à la conclusion que c'est effectivement un probabiliste ou un statisticien qui va apporter une solution. A cette étape, on introduit très peu de notations. Voici une stratégie possible pour l'exposé de l'introduction :

1. Donner un **titre**.
2. Présenter le **sujet** du texte : dire sur quoi porte le texte, ses objectifs. Souligner l'**intérêt** de l'étude qui va être réalisée.
3. Exposer le **plan** : dire quel type de modèle probabiliste est utilisé, quels sont les types de résultats énoncés (comportement asymptotique, propriétés d'une variable aléatoire, recherche de paramètres optimaux,...), mais sans les détails.
4. (Facultatif) Montrer le résultat d'une **simulation** pour illustrer ce qui vient d'être dit. Ou bien : dire à quels moments dans l'exposé des simulations seront montrées.

1.2 Élaborer le plan

Le plan est motivé par l'introduction. Les plans à rallonge sont déconseillés : 3 à 5 parties/sous-parties, c'est bien. Plus, c'est trop. L'idéal est qu'à cette étape, avec l'introduction, les premières notations et le plan, on ait rempli exactement la première colonne du tableau, et qu'on ne l'efface jamais.

Voici quelques idées de parties possibles : on peut

1. exposer le modèle mathématique de manière rigoureuse, en introduisant les notations, et en justifiant les choix qui ont été faits,
2. donner les résultats mathématiques importants, en démontrant quelques-uns, et les illustrer par les simulations,
3. parler des limites du modèle, des cas qui ne fonctionnent pas très bien, et des hypothèses supplémentaires qui pourraient être faites,
4. faire des liens avec d'autres modèles, d'autres simulations.

Important :

- Faire comme si le jury n'avait jamais lu le texte, donc introduire toutes les notations, sans faire référence au papier. Seules les longues formules / énoncés des théorèmes peuvent être référés dans le texte.
- Il est possible de faire une partie entière avec des simulations, mais les montrer tout au long de l'exposé est bien aussi.
- Il faut répartir le temps de l'exposé de manière équilibrée entre la présentation du modèle, des preuves mathématiques, et des illustrations informatiques.

1.3 Exposé du contenu du texte

1.3.1 La phase de modélisation

C'est celle où on introduit les notations et où on commence à parler de variables aléatoires. C'est à ce moment-là, par exemple, qu'on explique qu'on statistique, on doit :

- tirer l'information des données,
- souvent regarder uniquement des moyennes ou des variances par contrainte du nombre de données et de la simplicité de l'interprétation,
- être toujours critique quant au choix du modèle

1.3.2 La théorie

C'est à ce moment-là qu'on fait des mathématiques très rigoureuses : les énoncés doivent être précis, et si on commence une preuve, on la fait bien. Le jury s'attend à ce que certains résultats du texte dont la preuve est absente ou peu détaillée soient démontrés au tableau. On peut admettre un résultat, à condition de le dire explicitement. Il faut être honnête !

Avant de se lancer dans des détails techniques, toujours donner les éléments clés de la preuve, les différentes étapes si celle-ci est longue. Il n'est pas forcément judicieux d'écrire au tableau tous les détails des parties calculatoires, on peut se contenter dans certains cas de dire en une phrase les opérations effectuées, et donner directement le résultat. Par contre, il est important d'avoir fait le calcul entièrement pendant la préparation, pour être sûr de ses arguments.

1.3.3 Les illustrations informatiques

Elles peuvent être proposées à tout moment dans l'exposé. On peut par exemple montrer des résultats d'une étude obtenus par simulation pour aborder les cas où on n'a pas de résultats théoriques.

Penser à expliquer les choix faits sur les valeurs des paramètres, les lois des variables quand elles ne sont pas données par le texte, et à commenter les graphiques. Ne pas oublier les titres et les légendes sur chaque graphique ! Il n'est pas nécessaire de commenter le code de votre programme : si le jury souhaite y revenir, il vous le demandera dans la phase suivante.

1.3.4 Fin de l'exposé

Il est préférable de ne pas arrêter net son monologue. Il peut être bon, par exemple, de terminer en critiquant un peu le modèle. Il ne s'agit pas de dire que ce qui a été fait est inutile, mais de donner certaines limites au réalisme du modèle, tout en soulignant qu'il suffirait d'adapter tout le travail fait pour recoller les morceaux.

Une fois l'exposé terminé, le jury pose des questions. Il s'agit d'abord de tester la réactivité à l'oral, de revenir sur des points qui n'étaient pas clairs, de parler de choses mises de côté, et de vérifier les connaissances du programme (énoncé du TCL par exemple, ou un petit calcul de loi).

2 Conseils divers

1. **Première lecture.** Ne pas chercher à démontrer les affirmations du texte. Noter sur une feuille :
 - le problème abordé par le texte, ses objectifs,
 - le modèle mathématique utilisé,
 - les résultats principaux de chaque partie du texte.Cette première lecture doit aussi permettre de choisir quelles parties du texte vont être étudiées en profondeur.
2. **Modélisation.** Prendre un peu de temps pour voir dans le détail le modèle décrit par le texte, la signification des hypothèses faites :
 - les hypothèses sont-elles réalistes ?
 - quelles sont les limites du modèle ?
 - si le modèle est proche d'un modèle connu, quels sont les points communs, leurs différences ?
3. **Simulations.** Choisir plusieurs exemples pour effectuer une illustration, au besoin en simplifiant un peu le modèle.
4. **Suggestions de l'auteur.** Attention, il ne s'agit pas de traiter les suggestions de l'auteur les unes après les autres : elles sont juste là en cas de manque d'inspiration. On peut par contre en tirer des indications pour gagner du temps (par exemple, il peut y avoir des suggestions sur des cas particuliers à étudier).

3 Bibliographie

1. P. BARBE ET M. LEDOUX - *Probabilités*, De la licence à l'agrégation, Belin, 1998
2. CHABANOL ET RUCH - *Probabilités et statistiques pour l'épreuve de modélisation à l'agrégation de mathématiques*, Ellipses, 2016.
3. M. COTTRELL, C. DUHAMEL ET V. GENON-CATALOT - *Exercices de probabilités*, Avec rappels de cours.
4. D. DACUNHA-CASTELLE ET M. DUFLO - *Exercices de probabilités et statistiques*. Tome 1 : Problèmes à temps fixe, Masson, 1982.
5. D. DACUNHA-CASTELLE ET M. DUFLO - *Exercices de probabilités et statistiques*. Tome 2 : Problèmes à temps mobile, Masson, 1983.
6. D. FOATA, A. AYMÉ - *Calcul des probabilités : cours, exercices et problèmes corrigés*, Dunod, 2003.
7. L. MAZLIAK, P. PRIOURE ET P. BALDI - *Martingales et chaînes de Markov*, Hermann, 1998
8. J.Y. OUVRARD - *Probabilités 2, maîtrise et agrégation*, Cassini
9. C. RUGET - *Mathématiques en situation - Issus de l'épreuve de modélisation de l'agrégation*, Scopos, Springer, 2000
10. V. RIVOIRARD, G. STOLTZ - *Statistique mathématique en action : cours et problèmes corrigés*, Vuibert, 2012
11. P. TOULOUSE - *Thèmes de probabilités et statistique*, Dunod, 1999